

Discussion Paper Series 1998-08

轉換権つき証券の経済分析：その利用により
効率的配分が達成できる状況の完全特徴づけ命題

In What Situation the Efficient Investment Can Be Achieved
by Issuing Appropriate Convertible Securities?: A Full
Characterization and Its Application

飯島 裕胤
Hirotsugu Iijima

1998 年 10 月

転換権つき証券の経済分析：その利用により効率的配分 が達成できる状況の完全特徴づけ命題*

飯島 裕胤

一橋大学大学院経済学研究科助手

1998年10月

要約

好ましくないプロジェクトが選ばれる可能性のある企業を考える。このような企業の資金調達手段として転換権つき証券が好まれるのはどのような状況かを明らかにすることが目標である。そのためには、一般に「転換権つき証券を発行できる場合とできない場合それぞれの下で最適投資達成条件のちがいをどのように表現するか」がポイントとなる。

この論文では、まず、転換権つき証券をうまく選べば最適を達成できるか否かの条件を転換権のない証券の考察に完全に帰着できることを示す。この結果を利用すると、最適投資達成条件のちがいが見やすいものになる。転換権つき証券を発行できる下での最適投資達成条件も、転換権のない証券のみが発行できる場合での最適投資達成条件も、ともに転換権のない証券に関する考察として表現できるからである。

論文ではさらにこのちがいを考察することで、次の2つの結果を得る。(1) 企業に内在する好ましくないプロジェクトの種類がしばしば仮定されるような単数の状況では、転換権のない証券が十分広い範囲から選べるとすると、転換権つき証券が強く好まれることはありえない。(2) 一方、好ましくないプロジェクトを複数かかえている企業を考えると、転換権のない証券を十分に考慮しても、転換権つき証券が強く好まれる状況を示すことができる。

1 はじめに

この論文の目標は、転換権つき証券を用いて資金調達をしたときと転換権のない証券を用いたときでプロジェクトの選択にちがいがあるか否かを明らかにし、どのような状況で企業の資金調達手段として転換権つき証券が利用されるかを特徴づけることである。

転換権つき証券（あるいは、選択権つき証券）とは、「投資家への支払い額が、企業のキャッシュフローのみならず、投資家の『転換する』『転換しない』とよばれる選択にも依存する」契約のことである¹。その代表的なものは転換社債であり²、この証券の発行による企業の資金調達は広範に見られる。

*この論文の執筆中、倉澤資成教授（横浜国立大学）から様々なアドバイスを頂きました。また、浅子和美教授（一橋大学経済研究所）、山崎昭教授（一橋大学）、ならびに横浜国立大学近代経済学研究会の出席者の方々から頂いたコメントは、論文の改訂において非常に参考になりました。以上の方々に深く感謝いたします。

¹なお、対比される転換権のない証券とは、「ある経済主体への支払いの約束が、企業のキャッシュフローのみに依存する」契約のことである。この代表的なものは、株式、普通社債である。

²転換社債とは、投資家が「転換する」ということを選択すると、株式に相当する支払いを受け、「転換しない」ということを選択すると、普通社債に相当する支払額を受けることのできる証券である。

この論文では、転換権つき証券の利用の理由を、転換権つき証券による資金調達はその意味で企業の利益になることに求めている。それは、企業における投資行動が転換権つき証券による資金調達のとくと転換権のない証券による資金調達のとくとでは異なって、前者の資金調達の下では期待利潤を最大にする投資行動がなされることである。

ストーリーは次の通りである。ある証券契約により投資家から資金調達をした企業を考える。この企業の投資行動はどのようなものだろうか。一般に、企業においてひとたび資金調達がなされてしまうと、企業は「期待利潤から投資家の取り分を除いたもの」を最大化していると考えられる。ことによると期待利潤を損ねるような投資行動がなされるかもしれない³。ただし一方で、つねに期待利潤を損ねるような投資行動がなされるわけではなく、資金調達がなされた証券契約によっては期待利潤最大化行動がなされるかもしれない⁴。とくに転換権のある契約では転換権のない契約に比べて期待利潤最大化行動がなされやすいかもしれない⁵。その理由は、期待利潤を最大にしないような行動をとっても投資家はその行動に応じて自らの取り分を変え利益を守ることができ、結局、企業の最大化する「期待利潤から投資家の取り分を除いたもの」は小さくなってしまふからである。この意味で転換権つき証券は有用な資金調達手段になりうるといえる。

しかしながら、つねに転換権つき証券がそうでない証券より企業に好まれるわけではない。転換権つき証券を発行していても転換権のない証券を発行していても、同じ投資行動が選ばれるケースもあるからである。たとえば、転換権のない証券であつてもいろいろな証券を考えその中からうまく選べば期待利潤が最大になる投資行動がなされる可能性があるし、逆に転換権つき証券を発行していても期待利潤を最大にする投資行動が選ばれることはないケースもある。この論文では、「どういった状況におかれた企業では、転換権つき証券の有用性が発揮され、転換権つきという証券形態がとくに好まれるのか」「逆にどういった状況では転換権つき証券は有用性は発揮できずとくには好まれないのか」を特徴づける。

この目的のためには、一般に、まず転換権つき証券を発行できるときとできないときそれぞれの下で最適投資が達成できるか否かについての条件を導き、その後でその条件にちがいがあらわれる状況を考察すればよい。よつて、条件のちがいをどのように表現するかがポイントとなる。

この論文では、転換権つき証券をうまく選べば最適を達成できるか否かの考察を、転換権のない証券の考察に帰着することを考える。これに帰着できれば、転換権つき証券を発行できる下での最適投資達成条件も、転換権つき証券を発行できない下での最適投資達成条件も、ともに転換権のない証券に関する考察として表現できるからである。以下では、まずこの帰着問題を考察する。

分析の結果は次のようにまとめられる。

主な仮定として次の3つをおく：(1) 企業に内在する望ましくない投資選択の種類は、し

³いいかえると、「投資家の利益」を企業が目的とする「期待利潤から投資家の利益を取り除いたもの」の増加以上に損なう行動をするかもしれない。この行動の企業にとっての問題点は、この行動が投資家に合理的に予想されると証券価格は下がり、結局企業の利得が下がってしまうことにある。よつて、「このような行動をしないだろう」と投資家に信じてもらえる、すなわち期待利潤を最大にするような資金調達手段を見つづけることが、投資家の合理的な期待の下では企業の利益にかなうのである。

⁴Jensen and Meckling (1976) を参照。

⁵Haugen and Senbet (1981), Green (1984), Brennan and Schwarz (1988), Chiesa (1992), Berglöf (1994), Harris and Raviv (1995), Kurasawa and Hori (1996) を参照。

ばしば仮定されるような単数ではなく、一般には複数あってもよい；(2) 企業が選んだ投資は、時間がたてば投資家にも知られ、投資家はこの下で転換行使を決定する⁶；(3) 考察する証券は、転換権のない証券・転換権のある証券とも、企業利潤に関し単調性・有限責任制を満たす支払いと残余をもつものとする。

このとき、転換権つき証券をうまく選べば最適を達成できるのは、ちょうど『各好ましくない投資選択機会と最適投資のみが存在する環境』を（仮想的に）考えたとき、おのおのに対してある転換権のない証券があつて、この縮小された投資環境では最適な投資が選ばれるようにできる」状況と等しいことが明らかになる。すなわち、転換権つき証券をうまく選べば最適を達成できるか否かの条件は転換権のない証券の考察に必要十分で帰着できるのである。この理由は、転換権つき証券が各行使選択ごとに転換権のない証券を複合したものであることによる。

この結果が得られれば、あとはこの条件と、複合証券ではありえない証券である転換権のない証券をうまく選んだときの最適達成条件とを比較すればよい。分析によって次の2つが主張できる。(1) 企業に内在する好ましくない投資選択の種類がしばしば仮定されるような単数の状況では、転換権のない証券を十分に考察すると、転換権つき証券がとくに好まれることはありえない。(2) 一方、好ましくない投資選択機会を複数かかえている企業を考えると、転換権のない証券を十分に考察しても、転換権つき証券が強く好まれる状況を示すことができる。たとえば、好ましくない投資機会として「危険で期待利潤の少ないプロジェクトを選ぶことができる」「起業家が、人的資本の蓄積という努力を怠るかもしれない」という2つが存在する状況が考えられる。

さらにこの結果は次の実証的含意ももっている。それは、「転換権つき証券による資金調達についてのフォークロア（俗信）」の理論的根拠を与えることである。フォークロアは、「転換権つき証券による資金調達が、どのような状況におかれた企業において有効性が大きいのか」について、「危険な企業において転換権つき証券による資金調達の好ましさが発揮される」と主張している⁷。これまで、この主張はMM命題の観点から理論的に誤りとされてきた。しかしながら、上で得た結果により、次のような解釈 — 「危険な企業」を文字どおりハイ・リスクと取るのではなく、「企業の選択が様々な方向にあるという意味で危険」と解釈する — をともなうことで、フォークロアを正当化することができるのである。

転換権つき証券（あるいはそれと類似の投資家の選択の余地の残された契約形態）のメリットは、Haugen and Senbet (1981), Green (1984), Brennan and Schwarz (1988), Chiesa (1992), Berglöf (1994), Harris and Raviv (1995), Kurasawa and Hori (1996) などにおいて論じられている。しかしながら、「どのような状況では転換権つき証券はそのメリットが発揮され、逆にどのような状況では発揮できないのか」を特徴づけることによって転換権つき証券の経済的機能を明らかにした論文は、いかなる状況でも転換権つき証券のほうが好ましいという想定に限定したものを除けば、存在しない。高々、転換権つき証

⁶この第2の仮定は、Hermalin and Katz (1991), Agion, Dewatripont and Rey (1994), Kurasawa and Hori (1996) などで仮定されている。本論文の想定では、この仮定は次のように正当化できる。どのような投資選択がなされたのかを企業の選択と同時に投資家が知ることはないかもしれない。（同時に知るくらいなら、投資家自らが企業活動に参加し投資選択を決めればよい。）しかし、時間が経ち投資家が行使を選択する頃には、投資家はある程度どのような投資がなされたのかを知っているだろう。ここで、「ある程度知っている」ではなく「完全にわかる」としたのは簡単化である。

⁷その論拠は、「転換権つき証券には転換しなくともよいという『保険』があるため投資家の利益を守ることができ、よって危険な企業であっても高い価格で証券を売ることができること」とされている。

券による問題の解決可能な例が示されているのみである。また、先に述べたように、転換権つき証券とそうでない証券において経済的効果のちがいが生ずる上では「『効率的でない投資選択の機会が一般に複数ある』という想定」が重要であるが、一般に複数種類の好ましくない投資の機会がある状況を明示的に分析した文献は、Haugen and Senbet (1981)のみであり、これ以降の論文では分析されていない。Haugen and Senbet は高々非常に限られた特定化の下で転換権つき証券による問題の解決可能な例を示しているにすぎないが、本論文によって Haugen and Senbet の直感は厳密な形で主張することが可能になるのである。

さらに、Hermalin and Katz (1991), Agion and Bolton (1992), Agion, Dewatripont and Rey (1994) などは、効率的な行動が必ずしもなされない状況における再交渉のメリットを論じている。再交渉も転換権つき契約も、「初期契約の指定をこわす」という観点からみれば似ているといえる。しかしながら、契約主体すべての合意の下でのみ初期契約をこわす再交渉と、一方の主体の意思により初期契約をこわすことのできる転換権つき契約では、経済効果はかなり異なったものとなる。このことは、本論文の想定の下では再交渉には全くメリットが生じないことから明らかである。以上の理由により、本論文とこれらの論文とは、補完的な研究といえるだろう。

以下の構成は次の通りである。まず、次の第2節でモデルを提示する。第3節では、この状況において「転換権のない証券によって資金調達することの問題点」を明らかにする。より詳しくは、効率的でない投資選択の機会が一般に複数あることによって生ずる「転換権のない証券による資金調達の問題点」を示す。第4節では、「転換権つき証券契約を結ぶことで最適配分が達成されるのはどんな状況」なのかを特徴づける。ここで、「転換権つき証券による資金調達のメリット」が、ちょうど上の「効率的でない投資選択の機会が一般に複数ある」という意味で一般的な環境になることによって新たに生ずる、転換権のない証券による資金調達の問題点である」ことが明らかになる。第5節でこの特徴づけの意義と応用を示し、最後に第6節でまとめと今後の課題を述べる。

2 設定

2.1 状況

4時点（時点0, 1, 2, 3）の存在する企業モデルを考える。

主体は起業家と投資家であり、いずれも危険中立的、主観的割引率ゼロとする。このうち起業家は、「以下で述べる『企業』を保有した特別な経営能力を持つが、全く資金を持たない主体」を想定する。以下で記述される起業家の行動は、彼の選ぶ「投資選択」である。一方投資家は「十分な資金を持つ主体」と想定する。その行動は、「資金を提供すること」であり、さらには転換権つき契約が結ばれたときの「行使選択」である。

企業の成果は次の通りである。投資家から $I(>0)$ だけの必要資金を調達し、これを投じれば、「起業家の投資選択 $a \in A \equiv \{a_0, a_1, \dots, a_N\}$ 」と「自然の状態 $\omega \in \Omega$ 」に応じて「成果」が生まれる。ただし、投資家からの資金調達は時点0、起業家の投資選択は時点1とし、この投資選択は遅くとも時点2には投資家にも観察されると仮定する。また、自然の状態がわかるのは時点3であり、「成果」が得られるのもこの時点とする。さらに、この企業の

「成果」は2つの部分からなる。1つは企業キャッシュ・フロー $X(\omega; a) \in \mathbb{R}_+$ であり、もう1つは起業家の得る私的利益 $\pi(\omega; a) \in \mathbb{R}$ (ある実数値) である。ただし、企業キャッシュ・フローについて次の2つを仮定する。まず $E[X(\omega; a_0)] > I$, $E[X(\omega; a_0) + \pi(\omega; a_0)] > I$ とする。次に、各 $\omega \in \Omega$ について $X(\omega; a_0) \leq Y(\omega)$ かつ $E[Y] < \infty$ となる確率変数 Y が存在すると仮定する⁸。さらに、 $a = a_0$ が最適な投資選択であるとする。すなわち、 $a_0 = \operatorname{argmax}_{a \in A} E[X(\omega; a) + \pi(\omega; a)]$ とする。

次に、企業が調達資金 I の対価として発行することのできる証券を定める。以下では次の2種類の証券を考える。

定義 1. 転換権のない証券とは、時点3のキャッシュ・フローの実現 $x \geq 0$ のみに応じた投資家への支払いである。形式的にこれらの証券を関数 $f(x)$ であらわす。

定義 2. 転換権つき証券とは、時点3のキャッシュ・フローの実現 $x \geq 0$ と投資家の時点2での選択 $k = k_1, \dots, k_K$ (K はある自然数) に応じた投資家への支払いである。形式的には、これらの証券は関数 $g(x, k)$ であらわされる。

これらの証券のうち、以下考察する証券の対象を次を満たすものに制限する。

仮定 1. 起業家・投資家どちらのキャッシュ・フローとも「企業キャッシュ・フローの水準に関して単調非減少」かつ「非負」である証券を「許容される証券」とよぶ。

形式的には、「許容される転換権のない証券」の全体を F とすれば、 $F \equiv \{f : x - f(x), f(x) \text{ は } x \text{ に関して単調, } x - f(x), f(x) \geq 0\}$ 、同様に「許容される K 個の選択をもつ転換権つき証券」の全体を G_K とすれば、 $G_K \equiv \{g : \text{各 } k = k_1, \dots, k_K \text{ について, } x - g(x, k), g(x, k) \text{ は } x \text{ に関して単調, } x - g(x, k), g(x, k) \geq 0\}$ である。

モデルの最後に、次の記号を導入する。 $k(a) = \operatorname{argmax}_{k=k_1, \dots, k_K} E[g(X(\omega; a), k)]$ である。これは投資家の行使戦略をあらわす。

2.2 問題

以下で行うのは、「転換権つき証券を様々発行できるときとできないときで最適投資の達成にちがいが生ずるのは、どういった状況なのか」を特徴づけるために、「各証券の発行に応じてどのような投資選択がなされるのか」、より具体的には「各証券の発行について、最適投資 $a = a_0$ が選択されるのか」を考えることである。ここで、もし証券価値がゼロであるような証券を考えれば、明らかにこの証券発行に対しては最適投資 $a = a_0$ が選ばれる。しかし、このような証券を発行しても投資家は必要調達資金 I を提供しようとししない。以下では、 I の期待価値をもつ証券のみを分析する。ただし証券価値は一般には投資選択に依存する。ここでは、「仮に $a = a_0$ が選ばれるとして求めた期待価値」を証券期待価値とよぶことにし、この意味で期待価値 I をもつ証券を分析する。

より形式的に目標をあらわすと次のようになる。記号として、まず $G \equiv \bigcup_{K=1,2,\dots} G_K$ と定義する。以下では、 $g \in G$ を「一般化された転換権つき証券」とよぶ。さらに、 $F^I \equiv$

⁸ X は有界であると仮定すれば十分である。

$\{f \in F : E[f(X(\omega; a_0))] = I\}$, $G_K^I \equiv \{g \in G_K : E[g(X(\omega; a_0), k(a_0))] = I\}$, $G^I \equiv \{g \in G : E[g(X(\omega; a_0), k(a_0))] = I\}$ を定める。

以下の分析は、各 $f \in F^I$ に対して、

$$(1) \quad a(f) \equiv \operatorname{argmax}_{a \in A} E[\pi(\omega; a) + X(\omega; a) - f(X(\omega; a))],$$

各 $g \in G^I$, または $g \in G_K^I$ に対して、それぞれ、

$$(2) \quad a(g) \equiv \operatorname{argmax}_{a \in A} E[\pi(\omega; a) + X(\omega; a) - g(X(\omega; a), k(a))]$$

が a_0 となるかどうかを考え、「どんな $f \in F^I$ を考えても (1) の解が $a = a_0$ とはならないが、ある $g \in G_K^I$, $g \in G^I$ それぞれに対して (2) の解が $a = a_0$ となる状況」を特徴づけることである。

3 転換権のない証券で資金調達することの問題点

転換権のない証券で資金調達をすると最適投資がなされない源泉は、一般に様々ありうる。しかし以下では、非効率な行動の機会がしばしば先行研究で仮定されるように単数とするのではなく一般には複数あることを許容すると、新たにどのような問題が転換権のない証券の発行時に生ずるかのみに注目する。

この変更は、「転換権のない証券をうまく選んでも、最適投資が選ばれにくくなる」ことを意味する。その論理は次の通りである。もし仮に、好ましくない投資選択が a_1 のみであったとしよう。つまり、 $A = \{a_0, a_1\}$ であったとする。このときには、うまく転換権のない証券 $f_1 \in F^I$ を選ぶことで（デザインすることで）、最適投資 $a = a_0$ が選択されるかもしれない。その証券の集まりを F^{I, a_1} と書こう。次に、別途好ましくない投資選択が a_2 のみである（つまり、 $A = \{a_0, a_2\}$ である）環境を考える。このときにも、うまく転換権のない証券 $f_2 \in F^I$ を別を選ぶことで、最適投資 $a = a_0$ が選択されるかもしれない。その証券の集まりを F^{I, a_2} と書く。記号として、 F^{I, a_n} を同様に定義する。しかしながら、仮に F^{I, a_1} , F^{I, a_2} それぞれが空ではないとしてもその共通部分 $F^{I, a_1} \cap F^{I, a_2}$ は空になる可能性がある。すなわち、好ましくない投資選択の機会が増えると、どんな転換権のない証券 $f \in F^I$ を考えても最適投資 $a = a_0$ が選択されない可能性が生まれる。たとえそれが、好ましくない投資の機会を制限できさえすれば、ある転換権のない証券 $f \in F^I$ を考えることで最適投資 $a = a_0$ がなされるにしてもである。

次の例は、この状況を具体的に示すものである。

例 1. $F^{I, a_1} \neq \emptyset$, $F^{I, a_2} \neq \emptyset$ だが $F^{I, a_1} \cap F^{I, a_2} = \emptyset$ となる状況の例を与える。次の状況を考える。

$A = \{a_0, a_1, a_2\}$ とする。キャッシュ・フロー $X(\omega; a)$, $a = a_0, a_1, a_2$ の台 (support) は $\{\alpha, \beta, \gamma\}$, $(0 \leq \alpha < \beta < \gamma)$ の 3 つの数からなる集合である。各キャッシュ・フローの実現の解釈は、それぞれ「 α は失敗」「 β は成功」「 γ は大成功」である。また、 α は「単なる設備の価値（いわゆる、スクラップ・ヴァリュー）」をあらわしている。一方、私的利益 $\pi(\omega; a)$ の台は $\{0, \tau\}$, $(0 < \tau)$ とする。

各投資選択 $a = a_0, a_1, a_2$ に対する $X(\omega; a)$, $\pi(\omega; a)$ の分布を特定化する。それは表 1 によって与えられる。この特定化の下での好ましくない投資選択 $a = a_1, a_2$ それぞれの解釈

表 1: 各投資選択 $a = a_0, a_1, a_2$ に対する, キャッシュフロー $X(\omega; a)$, 私的利益 $\pi(\omega; a)$ の例 1 で与える分布: 表内の数値はそれぞれ, 「 $a = a_0, a_1, a_2$ をとったとき, $X(\omega; a) = x$ あるいは $\pi(\omega; a) = p$ の起こる確率」を表す

a	$X(\omega; a)$			$\pi(\omega; a)$	
	α	β	γ	0	τ
a_0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1	0
a_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	1	0
a_2	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{16}$	0	1

は次の通りである. まず $a = a_1$ は, 「危険で期待利潤の少ないプロジェクト」である. これは, $a = a_0$ から $a = a_1$ に変えると, 企業収入が中間の値 β をとる確率が減り, α, γ という極端な値をとる確率が増えることを意味することによる. 一方 $a = a_2$ は, 「起業家が, 人的資本の蓄積という努力を怠る」ことである. $a = a_0$ から $a = a_2$ に変えると, 企業収入の減少によって私的利益を τ に増やすことを意味するからである.

さらに, $\alpha, \beta, \gamma, \tau$ について,

$$(E1) \quad \gamma - \beta = \beta - \alpha,$$

$$(E2) \quad \frac{3}{16}(\gamma - \beta) = \tau,$$

を仮定する. 条件 (E1)(E2) はそれぞれ, $\frac{1}{8}(\gamma - \beta) - \frac{2}{8}(\beta - \alpha) < 0$, $\frac{3}{16}(\gamma - \beta) + \frac{1}{16}(\beta - \alpha) > \tau$ を意味する. そしてこの 2 式の成立は, 「 $a = a_0$ がより強く高い企業価値をもたらすことを保証する. 最後に必要資金 I について,

$$(E3) \quad I = \frac{1}{4}\alpha + \frac{3}{4}\beta,$$

と仮定する. なお, これより $E[X(\omega; a_0)] > I$ が保証される. $E[X(\omega; a_0)] = \frac{1}{4}\alpha + \frac{3}{4}\beta + \frac{1}{4}(\gamma - \beta)$ だからである.

次に, この例の下で主張がいえることを示す. ここで $A_1(f), A_2(f), (f \in F^I)$ を,

$$A_1(f) \equiv \frac{1}{8}\{(\gamma - f(\gamma)) - (\beta - f(\beta))\} - \frac{2}{8}\{(\beta - f(\beta)) - (\alpha - f(\alpha))\}$$

$$A_2(f) \equiv \tau - \frac{3}{16}\{(\gamma - f(\gamma)) - (\beta - f(\beta))\} - \frac{1}{16}\{(\beta - f(\beta)) - (\alpha - f(\alpha))\}$$

によって定義する。 $A_1 \leq 0$ なら、 f の下で起業家は $a = a_1$ より $a = a_0$ のほうを好むことを、同様に $A_2 \leq 0$ なら、 f の下で起業家は $a = a_2$ より $a = a_0$ のほう好むことをあらわしている。

第1に $F^{I,a_1} \neq \emptyset$ を示す。 $f_1 \in F^I$ として、 $f_1(x) = \rho x$ 、ただし $\rho \equiv \frac{I}{E[X(\omega; a_0)]}$ 、を考える。すると $A_1 = (1 - \rho) \{ \frac{1}{8} \{ (\gamma - \beta) - \frac{2}{8} \{ (\beta - \alpha) \} \}$ となるから (最後の不等号は(E1) より)、 $f_1 \in F^{I,a_1}$ といえる。

第2に $F^{I,a_2} \neq \emptyset$ を示す。 $f_2 \in F^I$ として、 $f(x) = \min\{x, B\}$ 、ただし $B = \beta$ 、を考える。すると $A_2(f) = \tau - \frac{3}{16}(\gamma - \beta) = 0$ となるから (最後の等号は(E2) より)、 $f_2 \in F^{I,a_2}$ といえる。

最後に $F^{I,a_1} \cap F^{I,a_2} = \emptyset$ を示す。

このためにまず $F^{I,a_2} = \{f_2\}$ であることを示す。これを示すためには、 $\hat{f}(\alpha) = \alpha$ を満たす $\hat{f} \in F^{I,a_2}$ が f_2 以外存在しないことをいえば十分である。なぜなら、もしと $\check{f}(\alpha) < \alpha$ なる $\check{f} \in F^{I,a_2}$ が存在するなら、必ず $\hat{f}(\alpha) = \alpha$ を満たす $\hat{f} \in F^{I,a_2}$ が f_2 以外に存在するからである。事実、この \check{f} が、(i) $\check{f} < \beta$ なら、 \hat{f} を、

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} \alpha & \text{if } x = \alpha \\ \check{f}(\beta) & \text{if } x = \beta \\ \check{f}(\gamma) - (\alpha - \check{f}(\alpha)) & \text{if } x = \alpha \end{cases}$$

と定めることにより、 $\hat{f} \neq f_2$ 、 $\hat{f} \in F^I$ (とくに、(E3) と $\check{f} \in F^I$ より $\check{f}(\gamma) - (\alpha - \check{f}(\alpha)) > \beta$ であることに注意)、 $A_2(\hat{f}) = A_2(\check{f}) - \frac{3}{16}(\alpha - \check{f}(\alpha)) - \frac{1}{16}(\alpha - \check{f}(\alpha)) < A_2(\check{f})$ となることから、 $\hat{f} \in F^{I,a_2}$ 、 $\hat{f}(\alpha) = \alpha$ 、 $\hat{f} \neq f_2$ であるし、一方(ii) なら $\check{f} = \beta$ なら、 \hat{f} を、

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} \alpha & \text{if } x = \alpha \\ \beta - \frac{1}{6}(\alpha - \check{f}(\alpha)) & \text{if } x = \beta \\ \check{f}(\gamma) - \frac{2}{3}(\alpha - \check{f}(\alpha)) & \text{if } x = \alpha \end{cases}$$

と定めることにより、 $\hat{f} \neq f_2$ 、 $\hat{f} \in F^I$ 、 $A_2(\hat{f}) = A_2(\check{f}) - \frac{3}{16}(\frac{2}{3} - \frac{1}{6})(\alpha - \check{f}(\alpha)) - \frac{1}{16}(\frac{1}{6} + 1)(\alpha - \check{f}(\alpha)) < A_2(\check{f})$ となることから、 $\hat{f} \in F^{I,a_2}$ 、 $\hat{f}(\alpha) = \alpha$ 、 $\hat{f} \neq f_2$ となる。よって以下では $\hat{f}(\alpha) = \alpha$ を満たす $\hat{f} \in F^I$ のみを考察する。このような $E[\hat{f}(X(\omega; a_0))] = I$ を満たす任意の \hat{f} に対して、 $\hat{f}(\gamma) = \beta + 2(\beta - \hat{f}(\beta)) = f_2(\gamma) + 2(\beta - \hat{f}(\beta))$ であることから、 $A_2(\hat{f}) = A_2(f_2) - \frac{3}{16} \{ -2(\beta - \hat{f}(\beta)) - (\beta - \hat{f}(\beta)) \} - \frac{1}{16}(\beta - \hat{f}(\beta)) = A_2(f_2) + \frac{1}{2}(\beta - \hat{f}(\beta))$ が成立する。そしてこれより、さらに $A_2(f_2) = 0$ であったことを勘案すると、 $\hat{f}(\beta) < \beta$ なら $A_2(\hat{f}) > 0$ といえる。すなわち、 $\hat{f} \neq f_2$ であれば $\hat{f} \notin F^{I,a_2}$ である。

以上で $F^{I,a_2} = \{f_2\}$ が示されたから、あとは f_2 の下では $a = a_0$ より $a = a_1$ を起業家は選択することを示せばよい。これは $A_1(f_2) = \frac{1}{8}(\gamma - \beta) > 0$ よりいえる。 \square

以下では、転換権のある証券を考えると、この問題はうまく解決できて $a = a_0$ が選択されること、また逆に転換権のある証券がない証券に比べて好ましいのは、高々この問題の解決のみであることを示す。

4 転換権つき証券による問題の解決：解決可能な状況の完全な特徴づけ

この節では次の2つの命題を提示し、証明を行う。命題の含意・応用例は次節で示す。

4.1 一般化された転換権つき証券が発行可能な場合

命題 1. $F^{I,a_n} \neq \emptyset$, $n = 1, \dots, N$ であれば、転換権つき証券 $g \in G$ を、 $g \in G_N$, 各 $n = 1, \dots, N$ について $g(x, n) = f_n(x)$, $x \geq 0$, ただし $f_n \in F^{I,a_n}$, と定めることで、(i) $g \in G^I$, (ii) この転換権つき証券 g の下で最適投資 $a = a_0$ がなされる。逆に、ある $n = 1, \dots, N$ について $F^{I,a_n} = \emptyset$ であるなら、どんな転換権つき証券 $g \in G^I$ をとっても最適投資 $a = a_0$ はなされない。

この命題は、一般に複数の好ましくない投資選択の機会が存在する環境下で、「どのような状況ならば、転換権つき証券を発行することで最適な投資がなされるようにできるのか」について、『各好ましくない投資選択機会と最適投資のみが存在する環境』を（仮想的に）考えたとき、おのおのに対してある転換権のない証券があつて、この縮小された投資環境では最適な投資が選ばれるようにできる」という答えを与えている。すなわち、転換権つき証券をうまく選べば最適を達成できるか否かの条件は転換権のない証券の考察に帰着できるのである。

証明 命題を証明するために、まず次の記号を導入して、「補題」を示す。関数 $\Delta(s; a)$ および $Z(a)$ は、 $s \in F$ または $s \in G$, $a \in A$ について、

$$\Delta(s; a) \equiv \begin{cases} E[f(X(\omega; a_0))] - E[f(X(\omega; a))] & \text{for } s \in F \\ E[g(X(\omega; a_0), k(a_0))] - E[g(X(\omega; a), k(a))] & \text{for } s \in G, \end{cases}$$

$$Z(a) \equiv E[\pi(\omega; a_0) + X(\omega; a_0)] - E[\pi(\omega; a) + X(\omega; a)],$$

であると定める。

補題 1.⁹ $a(s)$ は $\Delta(s; a)$ によって特徴づけられる。すなわち、 $s \in S$ に対して、 $a = a_0$ が選択されないのは、次を満たす $a \in A \setminus \{a_0\}$ が存在するときかつそのときのみ。

$$(3) \quad \Delta(s; a) > Z(a).$$

補題 1 の証明 (3) 式を変形すればこの不等式が「 $a \neq a_0$ をとれば起業家の時点 1 における期待ペイオフが上昇する」ということをあらわしている。 ■

命題 1 の証明

(転換権つき証券による最適投資のための十分性) 定められた転換権つき証券 g の下では、各 $n = 1, \dots, N$ について $E[g(X(\omega; a_n), k(a_n))] \geq E[g(X(\omega; a_n), k_n)] = E[f_n(X(\omega; a_n))]$ が成立する。(この第 1 不等号は $k(a_n)$ の定義から、第 2 等号は g の定義からである。) これより、 $\Delta(g; a_n) \leq \Delta(f; a_n)$ であり、 $\Delta(f; a_n) \leq Z(a_n)$ という仮定とあわせて主張がい

⁹この補題は、企業金融理論でよく知られた結果である。Myers (1977) を参照。

える。

(転換権つき証券による最適投資のための必要性) ある $g \in G^I$ をとれば, 各 $n = 1, \dots, N$ について, $\Delta(g; a_n) \leq Z(a_n)$ であるとする. すなわち, $I - E[g(X(\omega; a_n), k(a_n))] \leq Z(a_n)$ であるとする. このとき, どの n についても, $F^{I, a_n} \neq \emptyset$ であることを, $f_n \in F^{I, a_n}$ を構成することによって示す.

いま, $f_n^0 \in F$ として, $f_n^0(x) = g(x, k(a_n))$, $x \geq 0$ をとる. f_n^0 は $E[f_n^0(X(\omega; a_0))] \leq I$ をみたす. その理由は, $E[g(X(\omega; a_0), k(a_n))] \leq E[g(X(\omega; a_0), k(a_0))] = I$ だからである. よって, $f_n \in F$ として, (a) $f_n \geq f_n^0$, (b) $E[f_n(X(\omega; a_0))] = I$ の2つをみたすものが存在する. (この存在証明は補論で行なう.) この f_n は, 上の (a) より $\Delta(f_n; a_n) = I - E[f_n(X(\omega; a_n))] \leq I - E[f_n^0(X(\omega; a_n))] \leq Z(a_n)$ をみたし, (b) より, $f_n \in F^I$ である. まとめると, $f_n \in F^{I, a_n}$ である. ■

この「転換権つき証券による問題の解決可能な状況の完全な特徴づけ命題」の成立の理由を直感的に考える.

ここで, 「好ましくない投資選択に対する投資家の取り分の, 最適投資における投資家の取り分からの減少」を少なくすれば, 「期待利潤から投資家の取り分を除いたものを最大化する企業」は好ましくない投資をおこなわないという事実に着目する.

まず「転換権つき証券に対する均衡配分の最適性」の十分性を考える. もし『各好ましくない投資選択機会と最適投資のみが存在する環境』を考えたとき, おのおのに対してある転換権のない証券があつて, この縮小された投資環境では最適な投資が選ばれるようにできる」なら, 「各行使選択ごとにこの転換権のない証券のペイオフをもつ転換権つき証券」を考えればどの好ましくない投資選択もなされない. この転換権つき証券のデザインにおいて, 好ましくない投資選択に対する投資家の取り分の減少は十分に小さくできるからである.

次に「転換権つき証券に対する均衡配分の最適性」の必要性を考える. 「この企業の好ましくない投資選択の機会が多い環境において, 転換権つき証券をうまく選べば最適を達成できる」とする. このときに『各好ましくない投資選択機会と最適投資のみが存在する環境』を考えたとき, 『ある好ましくない投資選択機会と最適投資の組み合わせ』が存在して, どんな転換権のない証券もこの縮小された投資環境ですら最適な投資が選ばれるようにできない」ならば矛盾が生ずる. 転換権つき証券は「各行使選択ごとに転換権のない証券を複合したもの」にすぎないからである¹⁰.

4.2 通常の転換権つき証券のみ発行可能な場合¹¹

上の分析結果は「どういう状況であれば転換権つき証券によって最適が達成されるか」を示すものである. 一般に不完備契約モデル (の環境) であれば, 均衡において最適配分が達成されるとは限らない. このとき, 転換権つき証券を用いさえすれば最適配分が達成

¹⁰より詳しく述べると, 転換権つき証券のデザインにおいて好ましくない投資選択に対する投資家の取り分の減少を十分に小さくできるなら, 「その投資選択に対応する行使選択時証券」という転換権のない証券を考えることによって, 好ましくない投資選択に対する投資家の取り分の減少を十分に小さくできるからである.

¹¹この小節をとばしても, 後の議論に差し支えない. 命題1の含意を述べた次節を先に読むことが可能である.

できる状況を特定化できれば便利であろう¹²。ところが命題1は、もし一般化された転換権つき証券が発行可能であれば、これを考える際には「企業の好ましくない投資選択全てをさせない転換権つき証券が存在するか」を求める必要はなく、「企業の好ましくない投資選択の機会が1つしかない環境で、転換権のない単純な証券が最適を達成するか」を分析すればよいことを示している。

次にこの小節で考察するのは、一般化された転換権つき証券が発行可能ではなく通常転換権つき証券のみが発行可能な環境で最適配分が達成できる状況の特定化であるこれは次の命題にまとめられる。

命題 2. 最適投資を達成する $g \in G_K^I$ が存在するかどうかを考える。もし、 $A - \{a_0\}$ のある分割 $\{A_1, \dots, A_K\}$ が存在して、 $\bigcap_{a_n \in A_k} F^{I, a_n} \neq \emptyset, k = 1, \dots, K$ がみたされるなら、転換権つき証券 $g \in G_K$ を、各 $k = 1, \dots, K$ について $g(x, k) = f_k(x), x \geq 0$, ただし $f_k \in \bigcap_{a_n \in A_k} F^{I, a_n}$, と定めることで、(i) $g \in G_K^I$, (ii) この転換権つき証券 g の下で最適投資 $a = a_0$ がなされる。逆に、 $A - \{a_0\}$ のどんな分割 $\{A_1, \dots, A_K\}$ に対しても、ある $k = 1, \dots, K$ について $\bigcap_{a_n \in A_k} F^{I, a_n} = \emptyset$ であるなら、どんな転換権つき証券 $g \in G_K^I$ をとっても最適投資 $a = a_0$ はなされない。

証明は、命題1と全く同様である。

この命題は、たとえ一般化された転換権つき証券が発行可能でなく通常転換権つき証券のみが発行可能な環境でも、「どういう状況であれば転換権つき証券によって最適が達成されるか」を考える際には「企業の好ましくない投資選択全てをさせない転換権つき証券が存在するか」を求める必要はなく、「企業の好ましくない投資選択の機会がそれよりは少ない環境で、転換権のない単純な証券が最適を達成するか」を分析すればよいことを示している。

さらに、この命題は特殊ケースとして次を意味する。

系 1. 最適投資を達成する $g \in G_2^I$ が存在するかどうかを考える。もし、 $A - \{a_0\}$ のある分割 $\{A_1, A_2\}$ が存在して、 $\bigcap_{a_n \in A_k} F^{I, a_n} \neq \emptyset, k = 1, 2$ がみたされるなら、転換権つき証券 $g \in G_2$ を、各 $k = 1, 2$ について $g(x, k) = f_k(x), x \geq 0$, ただし $f_k \in \bigcap_{a_n \in A_k} F^{I, a_n}$, と定めることで、(i) $g \in G_2^I$, (ii) この転換権つき証券 g の下で最適投資 $a = a_0$ がなされる。逆に、 $A - \{a_0\}$ のどんな分割 $\{A_1, A_2\}$ に対しても、少なくとも一方の $k = 1, 2$ について $\bigcap_{a_n \in A_k} F^{I, a_n} = \emptyset$ であるなら、どんな転換権つき証券 $g \in G_2^I$ をとっても最適投資 $a = a_0$ はなされない。

また、状況がさらに特定されれば、次もいえる。

系 2. $\pi(\omega; a_0) = \pi(\omega; a_1) = \dots = \pi(\omega; a_{n_0}) = 0, n_0 \leq N, N - n_0 \leq K - 1$ とする。このとき、 $F^{I, a_n} \neq \emptyset, n = n_0 + 1, \dots, N$ であれば、ある転換権つき証券 $g \in G_K^I$ が存在して、この転換権つき証券 g の下で最適投資 $a = a_0$ がなされる。

証明 $\pi(\omega; a_0) = \pi(\omega; a_1) = \dots = \pi(\omega; a_{n_0}), n = 0, \dots, n_0$ であれば、次のような「株式 f 」は $f \in F^{I, a_n}, n = 1, \dots, n_0$ である。それは、 $f(x) = \rho x$, ただし $E[\rho(X(\omega; a_0))] = I$, である。あとは命題2から主張がいえる。 ■

¹²たとえば、政策の効果 — 「転換権付き契約に対する規制の緩和や逆に新たな規制、あるいは税制の効果などが、ありうるのか」「あるならそれはどのような環境においてか」 — をみることができる。

この結果は、最適投資をもたらすために必要な行使選択の数 K が、状況によっては、かなり少なくてもよいことを示している。また、転換権つき証券をうまく選ぶことで最適投資をもたらすことができるか否かの考察も、上の状況においてはかなり軽減できることも示している。

5 命題の意義と応用

次に上の命題を応用して、どのような状況であれば転換権つき証券が利用されるのかを考察しよう。

このために、まず、証券の発行を記述できるよう第2節のモデルに証券発行の選択の特定化を付け加える。投資家は純収益率1の外部投資機会を保有するものとする。資金調達はこのように行われる。起業家が発行証券の形態を選び、投資家に take-it-or-leave-it (受けぬなら去れ) でオファーを出す。投資家は、発行証券の下での起業家の投資選択を合理的に予想してオファーを受けるかどうかを決める。

以上の想定の下では、投資家は発行された証券が I の期待価値をもたなければ資金 I を提供しないし、 I の期待価値をもてば資金 I を提供する。このことを考えると、ある転換権つき証券 $g \in G^I$ の下で最適投資がなされる一方どんな転換権のない証券 $f \in F^I$ の下で最適投資がなされないのなら、転換権つき証券を発行しようとするといえる。この転換権つき証券 g を発行すれば $E[X(\omega; a_0) + \pi(\omega; a_0)] - I$ の価値を起業家は受けとることができるが、一方どんな転換権のない証券 $f \in F^I$ を考えても強くこれ以下の価値しか受け取ることができないからである¹³。以上に注意しつつ議論を進めていこう。

まず、命題1から直ちに次がいえる。

命題 3. もしも企業の非効率な投資選択が1つしかないなら (すなわち $A = \{a_0, a_1\}$ なら), どんな転換権のある証券も, 「すべての転換権のない証券よりも強く好ましい」ということはない。すなわちとくに転換権のある証券が好まれることはありえない。

証明 ありうる状況を分類すると「すべての $g \in G^I$ に対し $a(g) = a_1$ 」か「ある $g \in G^I$ について $a(g) = a_0$ 」かのいずれか。

前者ならどんな $g \in G^I$ も $f \in F^I$ よりも強く好まれることはない。よって「ある $g \in G^I$ について $a(g) = a_0$ 」ならば「ある $f \in F^I$ が存在して $a(f) = a_0$ 」を示せばよい。しかしこれは命題1によっていえている。 ■

この命題は、企業に内在する望ましくない投資選択の種類がしばしば先行研究で仮定されるような単数では、転換権つき証券がとくに好まれるということは決してありえないことを示している。実は先行研究は、たとえば普通社債という特殊な転換権のない証券のみと転換権つき証券と比較し、後者が好まれると主張していた。しかしながら、この論文で考察したような普通社債と株式を組み合わせなども含む様々な転換権のない証券が発行可能な下では、企業に内在する望ましくない投資選択の種類が単数では転換権つき証券がとくに好まれるということとはありえないのである。

¹³以下では、たとえば $g \in G^I$ の下でも $f \in F^I$ の下でも最適投資がなされるときどちらが発行されるかなどは論じない。転換権つき証券がとくに好まれこれが発行されるといえるか否かのみ議論を集中する。この点については次節を参照。

次に、転換権つき証券がとくに好まれる状況を考えよう。これを考えるには、一般に転換権つき証券によって最適が達成される状況の中から、転換権のない証券では最適が達成されない状況を見つけてくれば十分であるが、命題1により転換権つき証券によって最適が達成されるかどうかを直接言及する必要が全くないのである。まとめると、次が主張できるのである。

命題 4. $F^{I,a_n} \neq \emptyset, n = 1, \dots, N$ かつ $F^{I,a_1} \cap \dots \cap F^{I,a_n} = \emptyset$ であれば、転換権つき証券 $g \in G^I, g(x, k_n) = f_n(x), f_n \in F^{I,a_n}, n = 1, \dots, N$ はどんな転換権のない証券よりも強く好まれる。

さらにこの命題4を応用すると、転換権つき証券がとくに好まれる状況は容易に見つけることができる。

命題 5. 例1の状況において、「株式への転換ができる社債」がどんな転換権のない証券よりも強く好まれる。

証明 実際、例1の考察で示した通り $F^{I,a_1} \neq \emptyset, F^{I,a_2} \neq \emptyset$ かつ $F^{I,a_1} \cap F^{I,a_2} = \emptyset$ であり、また $f_1(x) = \rho x$ は $f_1 \in F^{I,a_1}, f_2(x) = \min\{x, B\}$ は $f_2 \in F^{I,a_2}$ である。よって命題4より、「株式への転換ができる社債」がどんな転換権のない証券よりも強く好まれるといえる。 ■

この命題の成立の直感をストーリーで示そう。好ましくない投資機会として「危険で期待利潤の少ないプロジェクトを選ぶことができる」「起業家が、人的資本の蓄積という努力を怠るかもしれない」という2つが存在する状況を考えよう^{14, 15}。もし「危険で期待利潤の少ないプロジェクト」をさせないようにするなら、デザインすべき転換権のない証券は企業キャッシュ・フローが高いときに投資家に多く支払う（起業家はあまり受け取らない）ようにしなければならない。一方、「起業家の人的資本の蓄積の程度を高く」させるには、デザインすべき転換権のない証券は企業キャッシュ・フローが高いときに起業家に多く支払う（投資家はあまり受け取らない）ようにしなければならないのである。そしてこの2つの要請は相反する。しかし、命題1により、転換権つき証券はこの相反する2つの要請を満たすことができるので、転換権つき証券が好まれるといえるのである。

また以上の議論は次の実証的含意をもつ。それは「転換権つき証券による資金調達についてのフォークロア（俗信）」の理論的根拠を与えることである。フォークロアは、「転換権つき証券による資金調達が、どのような状況におかれた企業において有効性が大きいか」について、「危険な企業において転換権つき証券による資金調達の好ましさが発揮される」と主張している¹⁶。これまで、この主張はMM命題の観点から理論的に誤りとされてきた。しかしながら、上で得た結果により、次のような解釈 — 「危険な企業」を文字どおりハイ・リスクと取るのではなく、「企業の選択が様々な方向にあるという意味で危険」と解釈する — をともなうことで、フォークロアを正当化することができるのである。

¹⁴ 例1がこの状況と解釈できることはすでに述べた。

¹⁵ これら2つは、文献においてそれぞれしばしば考察される。ただし、ほとんどの場合、それぞれ別々に考察されている。

¹⁶ その論拠は、「転換権つき証券には転換しなくともよいという『保険』があるため投資家の利益を守ることができ、よって危険な企業であっても高い価格で証券を売ることができること」とされている。

6 結論と課題

この論文では、一般に多様な必ずしも望ましいとは限らない投資機会をもつ企業を考察することによって、「企業に内在する望ましくない投資選択の種類が多いために転換権のない証券では望ましい投資選択がなされないという問題を、転換権つき証券は解決したこれ以外の問題は解決できない」ことを示した。そしてこの結果は、「転換権つき証券が好まれるのは、望ましくない投資選択を上の意味において多様にかかえている企業においてである」ことを明らかにし、さらに「転換権つき証券による資金調達についてのフォークロア（俗信）」の理論的根拠を与えるという実証的含意をもつという意味で重要であることをみた。

最後に今後の課題を3点述べる。まず第1が「どういう状況であれば転換権つき証券によって最適が達成されるか」を解ききることである。一般に不完備契約モデル（の環境）であれば、均衡において最適配分が達成されるとは限らないが、このとき、転換権つき証券を用いさえすれば最適配分が達成できる状況を特定化できれば便利であろう。しかしこの論文によって、これを考える際には「企業の好ましくない投資選択全てをさせない転換権つき証券が存在するか」を求める必要はなく、「企業の好ましくない投資選択の機会が1つしかない環境で、転換権のない単純な証券が最適を達成するか」を分析すればよいことが明らかになった。よって残された問題は「企業の好ましくない投資選択の機会が1つしかない環境で、転換権のない単純な証券が最適を達成するか」を求めることでのみあるが、これは今後の課題とする。

第2が、転換権のある証券のうちで、どういう特徴を持った証券が望ましいのか、あるいは選ばれるのか求めることである。たとえば、一口に転換社債¹⁷といっても「社債部分の額面をどうするか」や「転換時の持ち株比率をどれくらいにするか」の組み合わせによってさまざまな形状が考えられる。また、転換社債には限らない転換権つき証券までも考えれば、さらに多くの種類が考えられる。この論文（とくに命題1）は、「どういう転換権つき証券を考えれば最適投資が選択されるか」を構築している。今後の課題としては、具体的に状況を特定化することによって、それぞれの状況においてどういう転換権つき証券を考えれば最適投資が選択されるかを具体的数値として導くことが残されている。

第3は、転換権のない証券が強く好まれる状況を描くことである。以上の議論では、転換権つき証券がとくに好まれ、これが発行されるといえるか否かのみ集中してきた。しかしながら、現実には株式や普通社債など転換権のない証券の特徴を持つ証券による資金調達も多く見られる。こういった現象は、たとえば「情報の非対称性」や「税制」あるいは「起業家が倒産をきらうこと」などを考えた先行研究により説明されている。これらの要素も含む総合的なモデルでは、この論文で主張した転換権つき証券の有用性は相対的に弱まり、それが利用される状況が狭まることが予想される。ただし、どのような状況で転換権つき証券が好まれ、どのような状況では逆に転換権のない証券が好まれるのかについての厳密な議論は、モデル分析を待たねばならない。今後の課題としたい。

¹⁷これは先に述べたように転換権つき証券の1つである。

7 補論

補論では、命題 1 の証明中で用いられた次の事実を証明する。

補題 2. f_n^0 が $E[f_n^0(X(\omega; a_0))] \leq I$ をみたすなら, $f_n \in F$ として, (a) $f_n \geq f_n^0$, (b) $E[f_n(X(\omega; a_0))] = I$ の 2 つをみたすものが存在する。

証明 集合 F^{f_0} を $F^{f_0} \equiv \{f \in F : f \geq f_n^0\}$ と定める。

この集合 F^{f_0} は凸集合である。これは, F^{f_0} 内の任意の 2 点を取りその凸結合を調べることで容易に分かる。

次に集合 F^{f_0} における距離 d を $d(f^\alpha, f^\beta) \equiv \sup_{x \geq 0} |f^\alpha(x) - f^\beta(x)|$ と定める。このとき F^{f_0} 上の実関数 $\mathcal{E} : F^{f_0} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $f \in F^{f_0}$ に対し $\mathcal{E}(f) \equiv E[f(X(\omega; a_0))]$ は連続である。実際, $f_l \in F^{f_0}$, $l = 1, 2, \dots$ に対して $\lim_{l \rightarrow \infty} f_l = f$ なら, 確率変数 $f_l(X(\omega, a_0))$ は $f(X(\omega, a_0))$ に一様収束しよって $f(X(\omega, a_0))$ に各点収束する。あとは Lebesgue's Dominated Convergence Theorem より連続性が導かれる。

$f_0 \in F^{f_0}$ である。そしてこの f_0 に対して $\mathcal{E}(f_0) \leq I$ である。また \mathbb{R}_+ 上の恒等写像 $1_{\mathbb{R}_+}$ は $1_{\mathbb{R}_+} \in F^{f_0}$ である。この \mathbb{R}_+ に対し $\mathcal{E}(1_{\mathbb{R}_+}) \geq I$ である。

以上から, 中間値の定理によって, $\mathcal{E}(f_n) \equiv E[f_n(X(\omega; a_0))] = I$ となる f_n が F^{f_0} 内に存在する。この f_n が所望の関数である。 ■

参考文献

- [1] AGION, P., AND BOLTON, P. An incomplete contracts approach to financial contracting. *Review of Economic Studies* 59 (1992), 473–494.
- [2] AGION, P., DEWATRIPONT, M., AND REY, P. Renegotiation design with unverifiable information. *Econometrica* 62 (1994), 257–282.
- [3] BERGLÖF, E. A control theory of venture capital finance. *Journal of Law, Economics and Organization* 10 (1994), 247–67.
- [4] BOOT, W. A., GREENBAUM, S. I., AND THAKOR, A. V. Reputation and discretion in financial contracting. *American Economic Review* 83 (1993), 1165–1183.
- [5] BRENNAN, M., AND SCHWARTZ, E. The case for convertibles. *Journal of Applied Corporate Finance* 1 (1988), 55–64.
- [6] CHIESA, G. Debt and warrants: Agency problem and mechanism design. *Journal of Financial Intermediation* 2 (1992), 237–54.
- [7] CONSTANTINIDES, G. M., AND GRUNDY, B. D. Optimal investment with stock repurchase and financing as signals. *Review of Financial Studies* 2 (1990), 445–65.
- [8] FARMER, R. E., AND WINTER, R. A. The role of options in the resolution of agency problems: A comment. *Journal of Finance* 41 (1986), 1157–1170.
- [9] FREIERMAN, M., AND VISWANATH, P. V. Agency problems of debt, convertible securities, and deviations from absolute priority in bankruptcy. *Journal of Law and Economics* 37 (1994), 455–476.
- [10] GREEN, R. C. Investment incentives, debt and warrants. *Journal of Financial Economics* 13 (1984), 115–36.
- [11] HARRIS, M., AND RAVIV, A. A sequential signalling model of convertible debt call policy. *Journal of Finance* 40 (1985), 1263–81.
- [12] HARRIS, M., AND RAVIV, A. The design of securities. *Journal of Financial Economics* 24 (1989), 225–287.
- [13] HARRIS, M., AND RAVIV, A. The role of games in security design. *Review of Financial Studies* 8 (1995), 327–67.
- [14] HAUGEN, R. A., AND SENBET, L. W. Resolving agency problems of external capital through options. *Journal of Finance* 36 (1981), 629–647.
- [15] HAUGEN, R. A., AND SENBET, L. W. The role of options in the resolution of agency problems: A reply. *Journal of Finance* 41 (1985), 1171–1173.

- [16] HERMALIN, B. E., AND KATZ, M. L. Moral hazard and verifiability: The effects of renegotiation in agency. *Econometrica* 59 (1991), 1735–1753.
- [17] INNES, R. Debt, futures and options: Optimal price-linked financial contracts under moral hazard and limited liability. *International Economic Review* 34 (1993), 271–295.
- [18] JENSEN, M., AND MECKLING, W. Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure. *Journal of Financial Economics* 3 (1976), 305–360.
- [19] KIM, Y. O. Informative conversion ratios: A signalling approach. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 25 (1990), 229–43.
- [20] KRAUS, A., AND SMITH, M. Heterogeneous beliefs and the effect of replicable options on asset prices. *Review of Financial Studies* 9 (1996), 723–756.
- [21] KURASAWA, M., AND HORI, A. On the role of convertible bonds (tenkan-shasai no kinou ni tsuite). mimeo, 1996.
- [22] MELUMAD, N. D., AND REICHELSTEIN, S. Value of communication in agencies. *Journal of Economic Theory* 44 (1989), 334–368.
- [23] MYERS, S. C. Determinants of corporate borrowing. *Journal of Financial Economics* 5 (1977), 147–175.
- [24] MYERS, S. C., AND MAJLUF, N. S. Corporate financing and investment decisions when firm have information that investors do not have. *Journal of Financial Economics* 13 (1984), 187–221.
- [25] NACKMAN, D. C., AND NOE, T. H. Optimal design of securities under asymmetric information. *Review of Financial Studies* 7 (1994), 1–44.
- [26] NOE, T. H., AND REBELLO, M. J. Adverse selection, contract design and investment distortion. *Journal of Financial Intermediation* 2 (1992), 347–375.
- [27] NÖLDEKE, G., AND SCHMIDT, K. M. Option contracts and renegotiation: A solution to the hold-up problem. *RAND Journal of Economics* 26 (1995), 163–179.
- [28] NYBORG, K. G. Convertible debt as delayed equity: Forced versus voluntary conversion and the information role of call policy. *Journal of Financial Intermediation* 4 (1995), 358–95.
- [29] REITMAN, D. Stock options and the strategic use of managerial incentives. *American Economic Review* 83 (1993), 513–524.
- [30] ROSS, S. A. Options and efficiency. *Quarterly Journal of Economics* 90 (1976), 75–89.

- [31] SAPPINGTON, D. Limited liability contracts between principal and agent. *Journal of Economic Theory* 29 (1983), 1–21.
- [32] SMITH, C., AND WARNER, J. On financial contracting: An analysis of bond covenants. *Journal of Financial Economics* 7 (1979), 117–162.
- [33] SPIER, K. E. Incomplete contracts and signalling. *RAND Journal of Economics* 23 (1992), 432–443.
- [34] STEIN, J. C. Convertible bonds as backdoor equity financing. *Journal of Financial Economics* 32 (1992), 3–21.